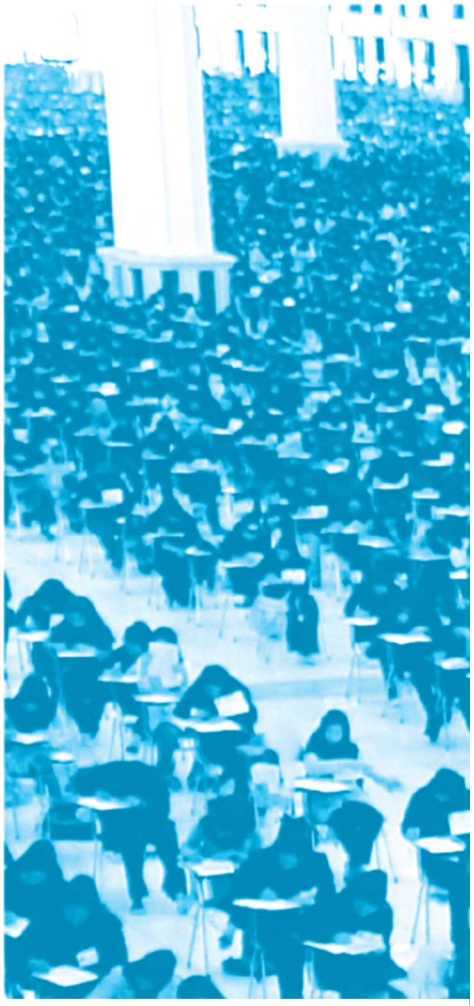
www.konkur.in

یازدهم ریاضی

آزمون‌های سراسری گاج

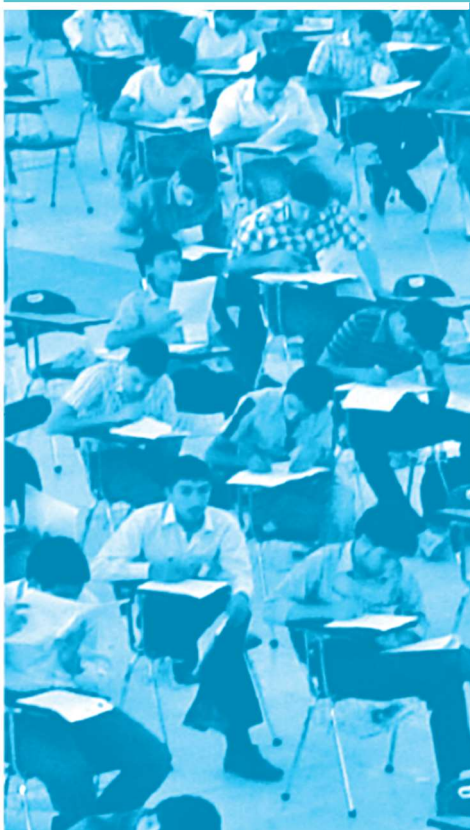
دروس		طراحان	ویراستاران علمی
ریاضیات	حسابان ۱	سیروس نصیری ـ مهدی وارسته	محدثه کارگرفرد ـ مینا نظری
	آمار و احتمال	مفید ابراهیم‌پور	
	هندسه ۲	علی ایمانی	
فیزیک		کامبیز افضلی‌فر	مروارید شاه‌حسینی
شیمی		مریم تمدنی ـ میلاد عزیزی	ایمان زارعی



فروشگاه مرکزی گاج: تهران ـ خیابان انقلاب نبش بازارچه کتاب

اطلاع‌رسانی و ثبت نام ۰۲۱-۶۴۲۰

نشانی اینترنتی www.gaj.ir



سایت کنکور

آماده‌سازی آزمون
مدیریت آزمون: ابوالفضل مزرعتی
بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری
برنامه‌ریزی و هماهنگی: سارا نظری ـ مینا نظری
بازبینی دفترچه: بهاره سلیمی ـ عطیه خادمی
ویراستاران فنی: ساناز فلاحی ـ مروارید شاه‌حسینی ـ مریم پارسائیان ـ سپیده‌سادات شریفی ـ عاطفه دستخوش
صفحه‌آرا: فرهاد عبدی
سرپرست واحد فنی: سعیده قاسمی
طراح شکل: آرزو گلفر
حروف‌نگاران: مینا عباسی ـ مهناز کاظمی ـ فرزانه رجبی ـ ربابه الطافی ـ حدیث فیض‌الهی

forum.konkur.in

www.konkur.in

به نام خدا

حقوق دانش‌آموزان در آزمون‌های سراسری گاج

داوطلب گرامی؛ با سلام در اینجا شما را با بخشی از حقوق خود در آزمون‌های سراسری گاج آشنا می‌نماییم:

۱- اطلاعات شناسنامه‌ای و آموزشی شما مانند نام، نام خانوادگی، جنسیت و گروه آزمایشی بایستی به صورت صحیح در بالای پاسخ‌برگ درج شده باشد.

۲- آزمون‌های سراسری گاج باید راس ساعت اعلام شده در دفترچه، شروع و خاتمه یابد.

۳- محل برگزاری آزمون باید از لحاظ سرمایش و گرمایش، نور کافی، نظافت و سایر موارد در حد مطلوب و استاندارد باشد.

۴- سؤالات آزمون‌های سراسری گاج بایستی نزدیک‌ترین سؤالات به کنکور سراسری باشد و عاری از هرگونه اشکال علمی و تایپی باشد.

۵- بعد از هر آزمون و به هنگام خروج از جلسه آزمون بایستی پاسخ‌نامه‌ی تشریحی هر آزمون را دریافت نمایید.

۶- کارنامه‌ی هر آزمون بایستی در همان روز آزمون به روش‌های ذیل تحویل شما گردد:

- مراجعه به سایت گاج به نشانی www.gaj.ir
- مراجعه به نمایندگی.

۷- خدمات مشاوره‌ای رایگانی که در طی ۱ مرحله آزمون (ویژه داوطلبان آزاد) ارائه می‌گردد شامل:

- برگزاری جلسه مشاوره حداقل یکبار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.
- تماس تلفنی حداقل ۱ بار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.
- تماس تلفنی با اولیا حداقل یک‌بار در هر فاز [آزمون‌های سراسری گاج در چهار فاز تابستانه، ترم اول، ترم دوم و جامع برگزار می‌گردد].
- بررسی کارنامه آزمون توسط رابط تحصیلی در هر آزمون.

چنانچه در هر یک از موارد فوق کمبود و یا نقصی مشاهده نمودید لطفاً بلافاصله با تلفن ۶۴۲۰—۰۲۱ تماس حاصل نموده و مراتب را اطلاع دهید.

در گاج، بهترین صدا،
صدای دانش‌آموز است.

forum.konkur.in

www.konkur.in

ریاضیات

۴ ۱

$۲b^۲-b-۳=۰\Rightarrow b=-۱,\frac{۳}{۲}$

$a^۳+a-۸=۲\Rightarrow a^۳+a-۱۰=۰$

$\Rightarrow (a-۲)(a^۲+۲a+۵)=۰\Rightarrow a=۲$

$\begin{cases}a=۲\\b=-۱\end{cases}\Rightarrow f=\{(۱,۲),(۴,۰),(۴,۳)\}$ غ‌ق‌ق

$\begin{cases}a=۲\\b=\frac{۳}{۲}\end{cases}\Rightarrow f=\{(۱,۲),(۴,۰),(\frac{۱۳}{۲},۳)\}$ ق‌ق

$\Rightarrow a+b=۲+\frac{۳}{۲}=\frac{۷}{۲}$

۱ ۲

$D_{f(x)}:\begin{cases}x^۲-a\geq ۰\Rightarrow x^۲\geq a\Rightarrow x\geq\sqrt{a}\ \text{یا}\ x\leq-\sqrt{a}\\ ۴x-b\geq ۰\Rightarrow x\geq\frac{b}{۴}\end{cases}$

$f(x)=\frac{\sqrt{x^۲-a}+\sqrt{۴x-b}}{x^۲-۴x+۵}\times\frac{\sqrt{x^۲-a}-\sqrt{۴x-b}}{\sqrt{x^۲-a}-\sqrt{۴x-b}}$

$\Rightarrow f(x)=\frac{x^۲-۴x-a+b}{(x^۲-۴x+۵)(\sqrt{x^۲-a}-\sqrt{۴x-b})}$

و چون $f(x)=g(x)$ است، در $f(x)$ چندجمله‌ای بالا و پایین ساده خواهد شد در نتیجه $-a+b=۵$

دو حالت وجود دارد:

اگر $\sqrt{a}=\frac{۳}{۲}\Rightarrow a=\frac{۹}{۴}\Rightarrow -\frac{۹}{۴}+b=۵$

$\Rightarrow b=\frac{۲۹}{۴}$ تناقض با دامنه

اگر $\frac{b}{۴}=\frac{۳}{۲}\Rightarrow b=۶\Rightarrow -a+۶=۵\Rightarrow a=۱$

$\Rightarrow$ حاصل ضرب: $۱\times۶=۶$

۳ ۳

با توجه به شکل داریم:

$f(x)=\sqrt{\frac{x(x^۲+ax-b)}{x(x-d)}}+c\xrightarrow{D_f:x>۳}$

$f(x)=\sqrt{\frac{(x-۳)^۲}{(x-۳)}}+c\Rightarrow f(x)=\sqrt{x-۳}+c$

$\Rightarrow c=۱,d=۳,a=-۶,b=-۹\Rightarrow a+b+c+d=-۱۱$

۲ ۴

چون نقاط به طول ۱ و ۲ روی نمودار توخالی هستند، پس این نقاط هم ریشهٔ صورت هستند و هم ریشهٔ مخرج، پس داریم:

$f(x)=\frac{۲(x-۱)(x-۲)}{x(x-۱)(x-۲)}\Rightarrow f(x)=\frac{۲x^۲-۶x+۴}{x^۳-۳x^۲+۲x}$

$\Rightarrow a=۶,b=-۴,c=-۳,d=۲\Rightarrow a+b+c+d=۱$

۴ ۵

$\frac{\alpha}{\alpha+۲}=\frac{۲\alpha+۴}{\alpha}\Rightarrow \alpha^۲=۲\alpha^۲+۸\alpha+۸$

$\Rightarrow \alpha^۲+۸\alpha+۸=۰\xrightarrow{\alpha\ \text{مجموع مقادیر}}-\frac{b}{a}=-۸$

۲ ۶

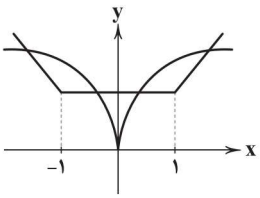
اگر نمودار $f(x)$ را یک واحد به سمت چپ و یک واحد به سمت پایین منتقل کنیم، آن‌گاه:

$\Rightarrow g(x)=\frac{(x+۱)+۲}{x+۱-۱}-۱\Rightarrow g(x)=\frac{x+۳-x}{x}\Rightarrow g(x)=\frac{۳}{x}$

$\Rightarrow a=-۳\Rightarrow a^۲-a=۱۲$

۴ ۷

به راحتی با رسم شکل دو تابع، تعداد نقاط تلاقی به دست می‌آید:



تعداد نقاط تلاقی چهار نقطه است.

۱ ۸

$\sqrt[۳]{x+۱}+\sqrt[۳]{۸(x^۲+۲x+۱)}=۳$

$\Rightarrow \sqrt[۳]{x+۱}+۲\sqrt[۳]{(x+۱)^۲}=۳\xrightarrow{\sqrt[۳]{x+۱}=t}$

$۲t^۲+t=۳\Rightarrow ۲t^۲+t-۳=۰\Rightarrow t=۱,-\frac{۳}{۲}$

$\Rightarrow\begin{cases}\sqrt[۳]{x+۱}=۱\Rightarrow x=۰\\ \sqrt[۳]{x+۱}=-\frac{۳}{۲}\Rightarrow x=-\frac{۳۵}{۸}\end{cases}$

مجموع جواب‌ها: $-\frac{۳۵}{۸}$

۲ ۹

اگر در خط به جای x، $-x$ و به جای y، $-y$ قرار دهیم، قرینهٔ خط نسبت به مبدأ مختصات به دست می‌آید:

قرینهٔ خط نسبت به مبدأ $d':-۳y+۲x-۵=۰$

اکنون فاصلهٔ نقطهٔ $A\begin{vmatrix}-۱\\ ۵\end{vmatrix}$ را از خط d' به دست می‌آوریم:

$\frac{|-۳(۵)+۲(-۱)-۵|}{\sqrt{۹+۴}}=\frac{۲۲}{\sqrt{۱۳}}$

۴ ۱۰

$a_۱+a_k=۲۰=۲a_۵\Rightarrow ۱+k=۵+۵\Rightarrow k=۹$

$\Rightarrow S_k=S_۹=\frac{۹}{۲}[a_۱+a_۹]=\frac{۹}{۲}\times۲۰=۹۰$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۱ **۱** با توجه به جدول ارزش گزاره‌ها داریم:

p	q	$p\wedge q$	$\sim p$	$\sim p\wedge q$	$(p\wedge q)\vee(\sim p\wedge q)$
د	د	د	ن	ن	د
د	ن	ن	ن	ن	ن
ن	د	ن	د	د	د
ن	ن	ن	د	ن	ن

$$P(\text{درست})=\frac{۲}{۴}=\frac{۱}{۲}$$

۱۲ **۴** می‌دانیم که:

$$p\Rightarrow q\equiv\sim p\vee q$$
$$(\sim p\vee q)\Rightarrow(\sim p\wedge q)\equiv\sim(\sim p\vee q)\vee(\sim p\wedge q)$$
$$\equiv(p\wedge\sim q)\vee(\sim p\wedge q)$$
$$\equiv\underbrace{(p\vee\sim p)}_{T}\wedge(p\vee q)\wedge(\sim q\vee\sim p)\wedge\underbrace{(\sim q\vee q)}_{T}$$
$$\equiv(p\vee q)\wedge(\sim q\vee\sim p)\equiv(\sim p\Rightarrow q)\wedge(q\Rightarrow\sim p)\equiv\sim p\Leftrightarrow q$$

۱۳ **۱** **بررسی گزینه‌ها:**

۱) به ازای هر x طبیعی یک y صحیح وجود دارد (درست) $|y|=|x|-۱$

۲) به ازای $x=۱$ هیچ y صحیحی وجود ندارد. $y^۲=-x$

۳) هیچ y صحیحی وجود ندارد.

$$۲y^۲=۲-x^۲\xrightarrow{x=۲}۲y^۲=-۲\Rightarrow y^۲=-۱$$

۴)
$$y=\frac{۶}{x}\xrightarrow{x=۴}y=\frac{۶}{۴}=\frac{۳}{۲}\notin\mathbb{Z}$$

بنابراین گزینه (۱) درست است.

۱۴ **۲** فرض می‌کنیم مجموعه A دارای n عضو باشد. بنابراین داریم:

$$\binom{n+۲}{۴}=\binom{n}{۴}+۵۵$$

با جایگذاری می‌توان فهمید که $n=۶$ است. زیرا:

$$\binom{۶+۲}{۴}=\binom{۶}{۴}+۵۵=۷۰$$

از طرفی:

$$\underbrace{\binom{۶}{۰}+\binom{۶}{۱}+\binom{۶}{۲}+\binom{۶}{۳}+\binom{۶}{۴}+\binom{۶}{۵}+\binom{۶}{۶}}_{\text{تعداد زیرمجموعه‌های حداقل ۲ عضوی}}=۲^۶$$

$$\text{تعداد زیرمجموعه‌های حداقل ۲عضوی}=۲^۶-\binom{۶}{۰}-\binom{۶}{۱}=۶۴-۷=۵۷$$

۱۵ **۴** می‌دانید که: شرط اینکه سه عدد a، b و c تشکیل دنباله حسابی دهند، آن است که $b=\frac{a+c}{۲}$

بنابراین باید $a+c$ زوج باشد و جمع دو عدد زمانی زوج است که هر دو زوج باشند یا هر دو فرد باشند.

$$\overset{\text{هر دو زوج}}{\binom{۵}{۲}}+\overset{\text{هر دو فرد}}{\binom{۵}{۲}}=۱۰+۱۰=۲۰$$

۱۶ **۱**

$\{۲,۳,۵,۷\}=$ مجموعه اعداد طبیعی اول یک رقمی

حال تعداد افرازهایی که شامل عددهای متوالی ۲ و ۳ در یک مجموعه باشند، به صورت زیر است.

۱) $\{۲,۳\},\{۵,۷\}$

۲) $\{۲,۳\},\{۵\},\{۷\}$

۳) $\{۲,۳,۵\},\{۷\}$

۴) $\{۲,۳,۷\},\{۵\}$

۵) $\{۲,۳,۷,۵\}$

۱۷ **۳**

$$[A\cap(A\cap B)']\cup[B\cap(B\cap A')']\xrightarrow{\text{دمورگان}}$$
$$[(A\cap(A'\cup B')]\cup[B\cap(B'\cup A)]\xrightarrow{\text{قانون شبه جذب}}$$
$$(A\cap B')\cup(B\cap A)\xrightarrow{\text{فاکتورگیری}}A\cap(B\cup B')=A\cap U$$
$$=A\xrightarrow{\text{متمم}}A'$$

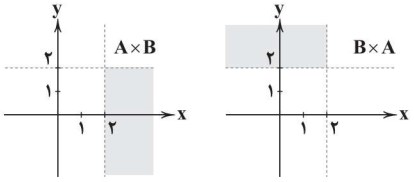
۱۸ **۳**

$$x^۳-۳x^۲-x+۳=۰\Rightarrow x^۲(x-۳)-(x-۳)=۰$$
$$\Rightarrow(x-۳)(x^۲-۱)=۰\Rightarrow x=۳,x=۱,x=-۱\Rightarrow A=\{-۱,۱,۳\}$$
$$B=\{-۴,-۳,-۲,-۱,۱,۲,۳,۴\},A\cap B=\{-۱,۱,۳\}$$
$$n((A\times B)\cup(B\times A))=n(A\times B)+n(B\times A)-n((A\times B)\cap(B\times A))$$
$$=۲n(A).n(B)-n(A\cap B)^۲=۲\times۳\times۸-۳^۲=۳۹$$

۱۹ **۱**

$$A\times B=B\times A\Leftrightarrow A=\varnothing\vee B=\varnothing\vee A=B$$
$$x+۲=۴\Rightarrow x=۲\Rightarrow\begin{cases}y+۳=-۴\Rightarrow y=-۷,z=۶\\y+۳=۶\Rightarrow y=۳,z=-۴\end{cases}$$
$$\max(x^۲+y^۲+z^۲)=۲^۲+(-۷)^۲+۶^۲=۴+۴۹+۳۶=۸۹$$

۲۰ **۴**



با توجه به نمودار، $A\times B$ و $B\times A$ اشتراک ندارند.

$$(A\times B)-(B\times A)=A\times B$$
$$A\cap B=\varnothing\Rightarrow A-B=A\Rightarrow(A-B)\times B=A\times B$$

بنابراین گزینه (۴) درست است.

۲۱ **۲**

$$۲۵^۲=۲۴^۲+۷^۲$$

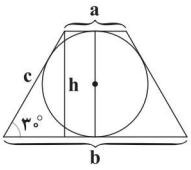
مثلث قائم‌الزاویه است و اضلاع قائم آن ۲۴ و ۷ هستند.

$$\left.\begin{aligned}\Rightarrow S&=\frac{۷\times۲۴}{۲}=۸۴\\p&=\frac{۷+۲۴+۲۵}{۲}=۲۸\end{aligned}\right\}\Rightarrow r=\frac{S}{p}=\frac{۸۴}{۲۸}=۳$$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۲۲ **۲** با توجه به شکل $h=۲r=۵\sqrt{۲}$



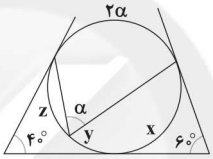
با توجه به شکل $c=۱۰\sqrt{۲}$

از طرفی در چهارضلعی محیطی، جمع هر دو ضلع روبه‌رو با جمع دو ضلع دیگر برابرند.

$$\Rightarrow ۲c=a+b\Rightarrow \frac{a+b}{۲}=۱۰\sqrt{۲}$$

$$S=\frac{a+b}{۲}\times h=۱۰\sqrt{۲}\times ۵\sqrt{۲}=۱۰۰$$

۲۳ **۳** با توجه به شکل روابط زیر برقرار است.

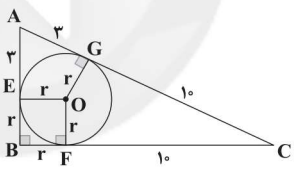


$$۶۰^\circ=\frac{z+y+۲\alpha-x}{۲}$$

$$۴۰^\circ=\frac{۲\alpha+x-z-y}{۲}$$

$$\Rightarrow ۱۰۰=\frac{۴\alpha}{۲}=۲\alpha\Rightarrow \alpha=۵۰$$

۲۴ **۳** با توجه به شکل خواهیم داشت:



$$AE=AG=۳$$

$$CF=CG=۱۰$$

و OEBF مربع است.

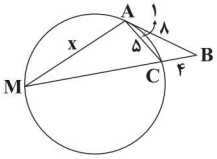
$$\overset{\Delta}{\Rightarrow} ABC: \text{قضیه فیثاغورس}: AB^۲+BC^۲=AC^۲$$

$$\Rightarrow (۳+r)^۲+(۱۰+r)^۲=۱۳^۲$$

$$\Rightarrow ۲r^۲+۲۶r-۶۰=۰\Rightarrow r^۲+۱۳r-۳۰=۰$$

$$\Rightarrow (r+۱۵)(r-۲)=۰\Rightarrow r=۲$$

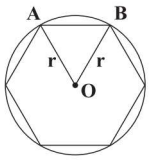
۲۵ **۳** با توجه به تشابه دو مثلث ABC و MAB خواهیم داشت:



$$\hat{B}=\hat{B},\ \hat{A}_۱=\hat{M}$$

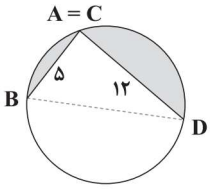
$$\frac{AC}{MA}=\frac{BC}{AB}=\frac{AB}{MB}\Rightarrow \frac{۵}{x}=\frac{۴}{۸}\Rightarrow x=۱۰$$

۲۶ **۴** به سادگی می‌توان اثبات کرد که مثلث OAB، متساوی‌الاضلاع است.



$$BO=AB=\sqrt{۳}=r$$

۲۷ **۲** با توجه به این‌که با تغییر D و C روی دایره، مساحت قسمت رنگی تغیری نمی‌کند، شکل را به صورت زیر تبدیل می‌کنیم.



$$\overset{\frown}{AB}+\overset{\frown}{CD}=۱۸۰^\circ\Rightarrow \overset{\frown}{BD}=۱۸۰^\circ$$ با توجه به تغییر انجام‌شده داریم:

BD قطر دایره است. بنابراین $BD=۱۳$ خواهد بود.

مساحت قسمت سایه‌زده = مساحت نیم‌دایره $-S_{ABD}$

$$=\frac{\pi(۱۳)^۲}{۸}-\frac{۵(۱۲)}{۲}=\frac{۱۶۹\pi}{۸}-۳۰$$

۲۸ **۲** $$S_{\text{رنگی}}=S_{\text{قطاع}}-S_{OAB}=\frac{\pi r^۲\alpha}{۳۶۰}-\frac{۱}{۲}OA.OB\sin\alpha$$

$$=\frac{\pi(۲)۴۵}{۳۶۰}-\frac{۱}{۲}\times ۲\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}=\frac{\pi}{۴}-\frac{\sqrt{۲}}{۲}=\frac{\pi-۲\sqrt{۲}}{۴}$$

۲۹ **۱** شرط تقاطع دو دایره $|r-r'|<d=OO'<r+r'$ است.

$$\Rightarrow |۲m-۱-m-۳|<۱۰<۲m-۱+m+۳$$

$$\Rightarrow |m-۴|<۱۰<۳m+۲$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۳m>۸\Rightarrow m>\frac{۸}{۳} & (I)\\ |m-۴|<۱۰\Rightarrow -۱۰<m-۴<۱۰\Rightarrow -۶<m<۱۴ & (II)\end{cases}$$

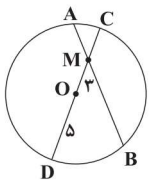
از طرفی:

$$\begin{cases} ۲m-۱>۰\Rightarrow m>\frac{۱}{۲} & (III)\\ m+۳>۰\Rightarrow m>-۳ & (IV)\end{cases}$$

از اشتراک محدوده‌های به دست آمده، داریم:

$$\Rightarrow \frac{۸}{۳}<m<۱۴\Rightarrow b-a=۱۴-\frac{۸}{۳}=\frac{۳۴}{۳}$$

۳۰ **۴**



$$MC=r-۳=۲$$

$$MA.MB=MC.MD$$

$$\Rightarrow MA.MB=۲\times ۸=۱۶$$

forum.konkur.in

www.konkur.in

فیزیک

۳۱ ۱ تعداد بارهای الکتریکی کرهٔ A قبل از تماس برابر است با:

$$q_A = n_A e \Rightarrow n_A = \frac{q_A}{e} = \frac{۴\times۱۰^{-۶}}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}$$

$$\Rightarrow n_A = \frac{۴}{۱/۶}\times۱۰^{۱۳}$$

بار هر یک از کره‌ها بعد از تماس برابر است با:

$$q'_A = q'_B = \frac{q_A + q_B}{۲} \Rightarrow q'_A = q'_B = \frac{۴-۲}{۲} = ۱\mu C$$

تعداد بارهای الکتریکی کرهٔ A بعد از تماس برابر است با:

$$q'_A = n'_A e \Rightarrow n'_A = \frac{q'_A}{e} = \frac{۱\times۱۰^{-۶}}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}} = \frac{۱}{۱/۶}\times۱۰^{۱۳}$$

بنابراین نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{n'_A}{n_A} = \frac{\frac{۱}{۱/۶}\times۱۰^{۱۳}}{\frac{۴}{۱/۶}\times۱۰^{۱۳}} = \frac{۱}{۴} = ۰/۲۵ \Rightarrow \frac{n'_A}{n_A} = ۲۵\times۱۰^{-۲}$$

۳۲ ۴ با توجه به اصل پایستگی بارهای الکتریکی، مقدار بار کل مجموعه قبل و پس از تماس باید با هم برابر باشند. هم‌چنین مشابهت کره‌های رسانا عامل برابر بودن بار هر یک از کره‌ها پس از تماس است، یعنی پس از تماس، بار هر یک از کره‌ها برابر با $-۱\mu C$ است، در نتیجه داریم:

$$q_A+q_B+q_C+q_D+q_E = ۵q'_E \Rightarrow ۳+(-۸)+۱۴+۳+q_E = ۵(-۱)$$

$$\Rightarrow ۱۲+q_E = -۵ \Rightarrow q_E = -۱۷\mu C$$

۳۳ ۳ در طی تماس، تعداد $۰/۱۵\times۱۰^{۱۵}$ الکترون بین دو کره جابه‌جا شده است، پس مقدار بار جابه‌جاشده بین دو کره برابر است با:

$$q = ne = (۰/۱۵\times۱۰^{۱۵})\times(۱/۶\times۱۰^{-۱۹})$$

$$\Rightarrow q = (۱۵\times۱۰^{۱۳})\times(۱۶\times۱۰^{-۲۰}) = ۲۴۰\times۱۰^{-۷}$$

$$\Rightarrow q = ۲۴\times۱۰^{-۶}\,C = ۲۴\mu C$$

بار کرهٔ B پس از تماس، ۲۵ درصد افزایش یافته است، بنابراین:

$$|q'_B| = |q_B| + \frac{۲۵}{۱۰۰}|q_B| \Rightarrow |q'_B| = \frac{۵}{۴}|q_B|$$

نوع بار کرهٔ B پس از تماس تغییر کرده است، بنابراین: $q'_B = -\frac{۵}{۴}q_B \quad (*)$

بنابراین: $q'_B = q_B + q \Rightarrow -\frac{۵}{۴}q_B = q_B + ۲۴ \Rightarrow -\frac{۹}{۴}q_B = ۲۴$

$$\Rightarrow q_B = -\frac{۲۴}{\frac{۹}{۴}} = -\frac{۳۲}{۳} \Rightarrow q_B \simeq -۱۰/۷\mu C$$

در نتیجه داریم:

$$\xrightarrow{(*)} q'_B = (-\frac{۵}{۴})\times(-\frac{۳۲}{۳}) = \frac{۴۰}{۳} \Rightarrow q'_B = ۱۳/۳\mu C$$

با توجه به این‌که دو کره مشابه و هم‌اندازه هستند، پس از تماس دو کرهٔ رسانا، اندازهٔ بارهای کره‌ها با هم برابر هستند، بنابراین:

$$q'_A = q'_B = \frac{q_A + q_B}{۲} \Rightarrow ۱۳/۳ = \frac{q_A - ۱۰/۷}{۲} \Rightarrow q_A - ۱۰/۷ = ۲۶/۶$$

$$\Rightarrow q_A = ۳۷/۳\mu C$$

۳۴ ۲ برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_۴$ از طرف سه بار دیگر برابر صفر است، بنابراین:

$$\vec{F}_t = \vec{F}_{۱۴} + \vec{F}_{۲۴} + \vec{F}_{۳۴} \xrightarrow{F_t = ۰} \vec{F}_{۱۴} + \vec{F}_{۲۴} + \vec{F}_{۳۴} = ۰$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{۳۴} = -(\vec{F}_{۱۴} + \vec{F}_{۲۴})$$

با استفاده از قانون کولن بزرگی هر کدام از نیروهای $\vec{F}_{۱۴}$ و $\vec{F}_{۲۴}$ را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} F_{۱۴} = k\frac{|q_۱||q_۴|}{r_{۱۴}^۲} = \frac{k\times۱۲\times|q_۴|}{۱۴۴} = \frac{۱}{۱۲}k|q_۴| \\ F_{۲۴} = k\frac{|q_۲||q_۴|}{r_{۲۴}^۲} = \frac{k\times۴\times|q_۴|}{۶۴} = \frac{۱}{۱۶}k|q_۴| \end{cases}$$

$q_۱$ و $q_۲$ ناهمنام هستند، بنابراین جهت بردار نیروهای حاصل از این دو ذره بر بار $q_۴$ در خلاف جهت هم هستند، بنابراین:

$$\vec{F}_{۱۴} + \vec{F}_{۲۴} = |F_{۱۴} - F_{۲۴}| = \frac{۱}{۱۲}k|q_۴| - \frac{۱}{۱۶}k|q_۴| = \frac{۱}{۴۸}k|q_۴|$$

پاسخ فوق یعنی بردار برایند نیروهای وارد بر بار $q_۴$ از طرف دو بار $q_۱$ و $q_۲$ هم‌جهت با نیروی $\vec{F}_{۱۴}$ است. با توجه به این‌که برایند نیروهای وارد بر بار $q_۴$ صفر است، بنابراین $\vec{F}_{۳۴}$ هم‌اندازه با برایند نیروهای $\vec{F}_{۱۴}$ و $\vec{F}_{۳۴}$ است و نیروی $\vec{F}_{۳۴}$ باید خلاف جهت بردار برایند نیروهای $\vec{F}_{۱۴}$ و $\vec{F}_{۲۴}$ باشد، پس الزاماً $q_۳ < ۰$ (منفی) خواهد بود.

$$F_{۳۴} = \frac{۱}{۴۸}k|q_۴| \Rightarrow k\frac{|q_۳||q_۴|}{r_{۳۴}^۲} = \frac{۱}{۴۸}k|q_۴| \Rightarrow \frac{|q_۳|}{۱۶} = \frac{۱}{۴۸}$$

$$\Rightarrow |q_۳| = \frac{۱۶}{۴۸} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow q_۳ = -\frac{۱}{۳}\mu C$$

۳۵ ۴ فاصلهٔ بین دو بار $q_۱$ و $q_۲$ برابر است با:

$$\sin ۳۷^\circ = \frac{r_{۲۱}}{\text{وتر}} \Rightarrow r_{۲۱} = ۰/۶\times۱۰ = ۶cm$$

فاصلهٔ بین دو بار $q_۲$ و $q_۳$ برابر است با:

$$\sin ۵۳^\circ = \frac{r_{۳۲}}{\text{وتر}} \Rightarrow r_{۳۲} = ۰/۸\times۱۰ = ۸cm$$

با توجه به قانون کولن داریم:

$$\frac{F'}{F} = \frac{k\frac{|q_۳||q_۲|}{r_{۳۲}^۲}}{k\frac{|q_۲||q_۱|}{r_{۲۱}^۲}} = \frac{\frac{|q_۳|}{r_{۳۲}^۲}}{\frac{|q_۱|}{r_{۲۱}^۲}} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{\frac{۴}{۶۴}}{\frac{۳}{۳۶}} = \frac{\frac{۱}{۱۶}}{\frac{۱}{۱۲}} = \frac{۱۲}{۱۶} = \frac{۳}{۴} = ۰/۷۵$$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۳۶ **۴** بار ثانویهٔ q_1 برابر است با:

$$q_1' = q_1 - \%۵۰ q_1 = q_1 - \frac{۱}{۲}q_1 \Rightarrow q_1' = \frac{۱}{۲}q_1$$

فاصلهٔ بین دو بار در حالت ثانویه برابر است با:

$$r' = r + \%۲۵ r = r + \frac{۱}{۴}r \Rightarrow r' = \frac{۵}{۴}r$$

با استفاده از قانون کولن داریم:

$$\begin{cases} F_{۱۲}' = \dfrac{k|q_1'||q_2'|}{r'^{۲}} \\ F_{۱۲} = \dfrac{k|q_1||q_2|}{r^{۲}} \end{cases} \Rightarrow \frac{F_{۱۲}'}{F_{۱۲}} = \frac{|q_1'|}{|q_1|} \times \frac{|q_2'|}{|q_2|} \times (\frac{r}{r'})^{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{F_{۱۲}'}{F_{۱۲}} = \frac{\frac{۱}{۲}|q_1|}{|q_1|} \times \frac{|q_2|}{|q_2|} \times (\frac{r}{\frac{۵}{۴}r})^{۲} = \frac{۱}{۲} \times ۱ \times \frac{۱۶}{۲۵}$$

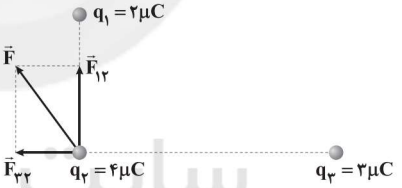
$$\Rightarrow \frac{F_{۱۲}'}{F_{۱۲}} = \frac{۸}{۲۵} \Rightarrow \vec{F}_{۱۲}' = \frac{۸}{۲۵}\vec{F}_{۱۲} = \frac{۸}{۲۵}(۵\vec{i} - ۱۰\vec{j})$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{۱۲}' = ۱/۶\vec{i} - ۳/۲\vec{j}\,(N)$$

مطابق قانون سوم نیوتون داریم:

$$\vec{F}_{۲۱}' = -\vec{F}_{۱۲}' = -(۱/۶\vec{i} - ۳/۲\vec{j}) \Rightarrow \vec{F}_{۲۱}' = -۱/۶\vec{i} + ۳/۲\vec{j}\,(N)$$

۳۷ **۳** ابتدا نیروهای وارد بر بار q_2 از طرف دو بار دیگر را رسم می‌کنیم:



$$F_{۳۲} = k\frac{|q_3||q_2|}{r_{۳۲}^{۲}} = \frac{۹\times۱۰^{۹}\times۳\times۱۰^{-۶}\times۴\times۱۰^{-۶}}{۳۶\times۱۰^{-۴}} \Rightarrow F_{۳۲} = ۳۰\,N$$

$$F_{۱۲} = k\frac{|q_1||q_2|}{r_{۱۲}^{۲}} = \frac{۹\times۱۰^{۹}\times۲\times۱۰^{-۶}\times۴\times۱۰^{-۶}}{۹\times۱۰^{-۴}} \Rightarrow F_{۱۲} = ۸۰\,N$$

بنابراین بردار برایند نیروهای وارد بر بار q_2 از طرف دو بار دیگر برابر است با:

$$\vec{F} = -F_{۳۲}\vec{i} + F_{۱۲}\vec{j} = -۳۰\vec{i} + ۸۰\vec{j}\,(N)$$

۳۸ **۳** بارها در حالت ثانویه برابر هستند با:

$$q_1' = Q - \%۲۰Q = \frac{۴}{۵}Q$$

$$q_2' = Q + \%۲۰Q = \frac{۶}{۵}Q$$

فاصلهٔ بین دو بار در حالت ثانویه برابر است با:

$$r' = r - \%۱۰r = \frac{۹}{۱۰}r$$

با استفاده از قانون کولن داریم:

$$\frac{F'}{F} = \frac{|q_1'|}{|q_1|} \times \frac{|q_2'|}{|q_2|} \times (\frac{r}{r'})^{۲} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{\frac{۴}{۵}|Q|}{|Q|} \times \frac{\frac{۶}{۵}|Q|}{|Q|} \times (\frac{r}{\frac{۹}{۱۰}r})^{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{۲۴}{۲۵} \times \frac{۱۰۰}{۸۱} = \frac{۲۴}{۸۱} \times ۴ = \frac{۸}{۲۷} \times ۴ = \frac{۳۲}{۲۷}$$

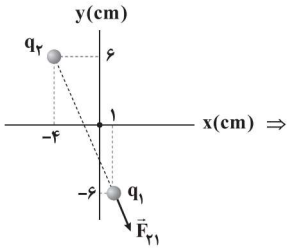
درصد تغییرات بزرگی نیروی الکتریکی که دو بار به هم وارد می‌کنند، برابر است با:

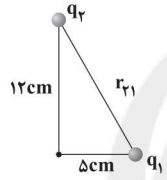
$$\frac{\Delta F}{F} \times ۱۰۰ = \frac{F' - F}{F} \times ۱۰۰ \Rightarrow \frac{\frac{۳۲}{۲۷}F - F}{F} \times ۱۰۰ = \frac{۵}{۲۷} \times ۱۰۰ \simeq \%۱۸/۵$$

پس بزرگی نیروی الکتریکی بین دو بار **۱۸/۵ درصد افزایش یافته است.**

دقت کنید: کسر $\frac{۵}{۲۷}$ کوچک‌تر از ۲۰ درصد است و چون علامت ΔF، مثبت است، می‌توان بدون محاسبهٔ دقیق، گزینهٔ صحیح را تشخیص داد.

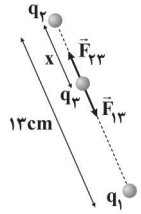
۳۹ **۳** ابتدا شکل و نحوهٔ قرارگیری بارها در صفحه را رسم می‌کنیم:





$$r_{۲۱} = \sqrt{۵^{۲} + ۱۲^{۲}} \xrightarrow[(۵n)^{۲}+(۱۲n)^{۲}=(۱۳n)^{۲}]{\text{مثلث طلایی}} r_{۲۱} = ۱۳\,cm$$

طبق فرض سؤال، برایند نیروهای الکتریکی وارد بر هر ذره صفر است و با توجه به این‌که دو بار q_1 و q_2 همنام هستند، بنابراین بار q_3 بین دو بار q_1 و q_2 و نزدیک به بار کوچک‌تر (q_2) قرار دارد. هم‌چنین علامت بار q_3 باید منفی باشد و اندازهٔ آن کوچک‌تر از بار q_2 خواهد بود.



برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 از طرف دو بار دیگر صفر است، بنابراین:

$$F_{۱۳} = F_{۲۳} \Rightarrow k\frac{|q_3||q_1|}{r_{۱۳}^{۲}} = k\frac{|q_2||q_2|}{r_{۲۳}^{۲}}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_1|}{(r_{۲۱}-x)^{۲}} = \frac{|q_2|}{x^{۲}} \Rightarrow \frac{۴}{(r_{۲۱}-x)^{۲}} = \frac{۱}{x^{۲}} \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{۲}{r_{۲۱}-x} = \frac{۱}{x}$$

$$\Rightarrow r_{۲۱} - x = ۲x \Rightarrow r_{۲۱} = ۳x \Rightarrow x = \frac{r_{۲۱}}{۳} = \frac{۱۳}{۳}\,cm$$

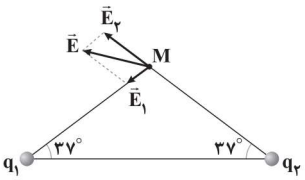
برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_2 از طرف دو بار دیگر صفر است، بنابراین:

$$F_{۱۲} = F_{۳۲} \Rightarrow \frac{|q_1|}{(۱۳)^{۲}} = \frac{|q_3|}{(\frac{۱۳}{۳})^{۲}} \Rightarrow |q_3| = \frac{۱}{۹}\mu C \Rightarrow q_3 = -\frac{۱}{۹}\mu C$$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۴۰ **۱** بردار $\vec{E}$ را تجزیه می‌کنیم. با توجه به شکل زیر باید بار q_1 منفی $(q_1<0)$ و بار q_2 مثبت $(q_2>0)$ باشد.



هم‌چنین با توجه به رابطهٔ $E=\frac{k|q|}{r^2}$ و طول بردارهای $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ مشخص می‌شود که اندازهٔ بار q_2 از اندازهٔ بار q_1 بزرگ‌تر است.

۴۱ **۱** با استفاده از رابطهٔ بزرگی میدان الکتریکی حاصل از یک ذرهٔ باردار داریم:

$$E=k\frac{|q|}{r^2}\xrightarrow{q:\text{ثابت}}\frac{E_2}{E_1}=(\frac{r_1}{r_2})^2$$

$$\Rightarrow\frac{20\times10^7}{2/5\times10^7}=(\frac{r_1}{10})^2\Rightarrow 8=(\frac{r_1}{10})^2$$

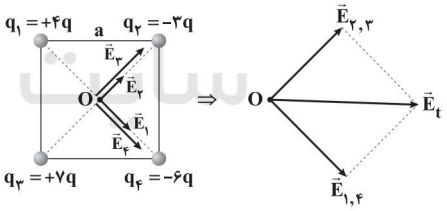
$$\xrightarrow[\text{جذر می‌گیریم}]{\text{از طرفین}}\sqrt{8}=\frac{r_1}{10}\Rightarrow r_1=10\times(2\sqrt{2})=20\sqrt{2}\,cm$$

بنابراین:

$$E_2=k\frac{|q|}{r_2^2}\Rightarrow|q|=\frac{E_2r_2^2}{k}=\frac{2\times10^8\times10^{-2}}{9\times10^9}=\frac{2}{9}\times10^{-3}\,C$$

$$\Rightarrow|q|=\frac{2}{9}\times10^{-3}\times10^6=\frac{2}{9}\times10^3=\frac{2000}{9}\mu C$$

۴۲ **۲** بزرگی میدان الکتریکی حاصل از بار الکتریکی نقطه‌ای q در مرکز مربع برابر با E است، پس بزرگی میدان الکتریکی حاصل از بار $+4q$ در مرکز مربع برابر با $4E$ است، در نتیجه میدان‌های حاصل از چهار بار در مرکز مربع به شکل زیر هستند:



$$\begin{cases}E_1=4E\\E_2=3E\\E_3=7E\\E_4=6E\end{cases}$$

برایند میدان‌های الکتریکی حاصل از چهار بار در نقطهٔ O برابر است با:

$$\begin{cases}E_{2,3}=E_2+E_3=3E+7E=10E\\E_{1,4}=E_1+E_4=4E+6E=10E\end{cases}$$

$$\Rightarrow E_t=\sqrt{(10E)^2+(10E)^2}=\sqrt{(10E)^2(1^2+1^2)}=10E\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow E_t=10\sqrt{2}E$$

۴۳ **۱** اندازهٔ میدان الکتریکی برابر است با:

$$E=\sqrt{(12\times10^5)^2+(16\times10^5)^2}\xrightarrow[(3n)^2+(4n)^2=(5n)^2]{\text{مثلث طلایی}}$$

$$E=20\times10^5\frac{N}{C}$$

اندازهٔ نیرویی که میدان الکتریکی بر ذرهٔ باردار وارد می‌کند، برابر است با:

$$E=\frac{F}{|q|}\Rightarrow F=E|q|=(2\times10^6)\times(1\times10^{-6})=2N$$

با استفاده از قانون دوم نیوتون، اندازهٔ شتاب حرکت ذره را به دست می‌آوریم:

$$F=ma\Rightarrow a=\frac{F}{m}=\frac{2}{1\times10^{-3}}=2\times10^3\frac{m}{s^2}$$

بنابراین:

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v-v_0}{\Delta t}\Rightarrow 2\times10^3=\frac{v-0}{100\times10^{-3}}\Rightarrow v=200\frac{m}{s}$$

۴۴ **۲** چون فاصلهٔ ذره‌های باردار تا نقطهٔ M وسط خط واصل دو بار، یکسان است، پس داریم:

$$E=k\frac{|q|}{r^2}\xrightarrow{r:\text{ثابت}}E\propto|q|$$

بنابراین هر چه اندازهٔ بار الکتریکی بزرگ‌تر باشد، بزرگی میدان الکتریکی حاصل از آن نیز بزرگ‌تر است.

بزرگی برایند میدان‌های الکتریکی در حالت اول برابر است با:

$$M\xrightarrow{\vec{E}}4\vec{E}\qquad\Rightarrow E_{t_1}=5E$$

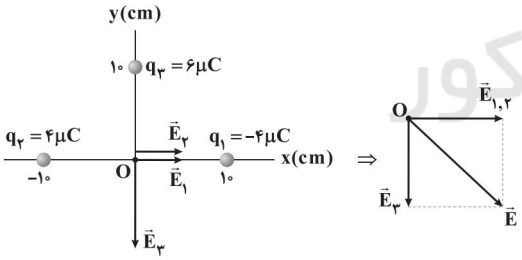
بار $+q$، چهار برابر می‌شود، یعنی بزرگی میدان الکتریکی حاصل از آن $4E$ خواهد بود، بنابراین بزرگی برایند میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار در نقطهٔ M در حالت دوم برابر است با:

$$M\xrightarrow[4\vec{E}]{4\vec{E}}\qquad\Rightarrow E_{t_2}=8E$$

بنابراین نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{E_{t_2}}{E_{t_1}}=\frac{8E}{5E}=\frac{8}{5}=1/6$$

۴۵ **۳** میدان‌های الکتریکی حاصل از بارها را در نقطهٔ O رسم می‌کنیم:



بزرگی میدان الکتریکی حاصل از هر بار را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}E_1=\frac{k|q_1|}{r_1^2}=\frac{9\times10^9\times4\times10^{-6}}{(10\times10^{-2})^2}=36\times10^5\frac{N}{C}\\E_2=\frac{k|q_2|}{r_2^2}=\frac{9\times10^9\times4\times10^{-6}}{(10\times10^{-2})^2}=36\times10^5\frac{N}{C}\end{cases}$$

$$\Rightarrow E_{1,2}=36\times10^5+36\times10^5=72\times10^5\frac{N}{C}$$

$$E_3=\frac{k|q_3|}{r_3^2}=\frac{9\times10^9\times6\times10^{-6}}{(10\times10^{-2})^2}=54\times10^5\frac{N}{C}$$

بنابراین:

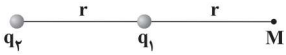
$$\vec{E}=E_x\vec{i}+E_y\vec{j}\Rightarrow\vec{E}=E_{1,2}\vec{i}-E_3\vec{j}$$

$$\Rightarrow\vec{E}=(7/2\vec{i}-5/4\vec{j})\times10^6(\frac{N}{C})$$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۴۶ **۴** فرض می‌کنیم نقطهٔ M، نقطهٔ موردنظر است، بنابراین:



$$\begin{cases} q_1 \text{ قبل از خنثی شدن}: \vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2 \quad (1) \\ q_1 \text{ پس از خنثی شدن}: \vec{E}'=-2\vec{E} \Rightarrow \vec{E}_2=-2\vec{E} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{E}=\vec{E}_1-2\vec{E} \Rightarrow \vec{E}_1=3\vec{E}$$

بنابراین:

$$\begin{cases} E_1=3E \\ E_2=2E \end{cases} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2}=\frac{3}{2} \Rightarrow E_1=\frac{3}{2}E_2 \Rightarrow k\frac{|q_1|}{r_1^2}=(\frac{3}{2})\times(k\frac{|q_2|}{r_2^2})$$

$$\Rightarrow \frac{|q_1|}{r^2}=(\frac{3}{2})\times(\frac{|q_2|}{4r^2}) \Rightarrow \frac{|q_1|}{|q_2|}=\frac{3}{8}$$

میدان‌های $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ در خلاف جهت هم هستند، بنابراین بارهای q_1 و q_2 ناهمنام هستند، بنابراین:

$$\frac{q_1}{q_2}=-\frac{3}{8}$$

۴۷ **۱** ابتدا اندازهٔ نیروی $\vec{F}$ را به دست می‌آوریم:

$$F=\sqrt{(12/6)^2+(-16/8)^2}=\sqrt{(3\times 4/2)^2+(4\times 4/2)^2}$$

$$\Rightarrow F=5\times 4/2 \Rightarrow F=21\,N$$

بنابراین:

$$E=\frac{F}{|q|}=\frac{21}{4\times 10^{-7}}=\frac{21}{4}\times 10^7=5/25\times 10^7=52/5\times 10^6\,\frac{N}{C}$$

۴۸ **۳** هرچه تراکم خطوط میدان الکتریکی در یک ناحیه بیشتر باشد، اندازهٔ میدان الکتریکی در آن ناحیه بزرگ‌تر است، یعنی بزرگی میدان الکتریکی در نقطهٔ A از بزرگی میدان الکتریکی در نقطهٔ B بزرگ‌تر است، پس داریم:

$$E_A>E_B \xrightarrow{F=E|q|} F_A>F_B$$

با حرکت از نقطهٔ A به سمت نقطهٔ B، اندازهٔ نیروی الکتریکی وارد بر ذرهٔ باردار کاهش می‌یابد. از طرفی بار مثبت به صورت خودبه‌خودی همواره در جهت میدان الکتریکی حرکت می‌کند. اما در این شکل، بار مثبت در خلاف جهت میدان الکتریکی در حال حرکت است، پس **انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد.**

۴۹ **۴** با استفاده از رابطهٔ تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی داریم:

$$\Delta U_E=-E|q|d\cos\theta$$

$$\Rightarrow \Delta U_E=-(4\times 10^6)\times(1/6\times 10^{-19})\times(5\times 10^{-2})\times 1$$

$$\Rightarrow \Delta U_E=-32\times 10^{-15}\,J$$

$$\Rightarrow \Delta U_E=-3/2\times 10^{-14}\times 10^3=-3/2\times 10^{-11}\,mJ$$

علامت منفی، نشان‌دهندهٔ کاهش انرژی پتانسیل الکتریکی است.

۵۰ **۳** کار میدان الکتریکی بر روی ذره برابر است با:

$$W_E=E|q|d\cos\theta=10^6\times 5\times 10^{-6}\times 4\times 10^{-2}\times(+1)=0/2\,J$$

طبق قضیهٔ کار و انرژی جنبشی داریم:

$$\Delta K=W_E=K_A-K_B=0/2$$

$$\xrightarrow{K_B=0} K_A=0/2\,J$$

با توجه به رابطهٔ انرژی جنبشی داریم:

$$K_A=\frac{1}{2}mv_A^2 \Rightarrow v_A^2=\frac{2K_A}{m}=\frac{2\times 2\times 10^{-1}}{20\times 10^{-6}}=2\times 10^4$$

$$\Rightarrow v_A=\sqrt{2\times 10^4}=100\sqrt{2}\,\frac{m}{s} \xrightarrow{\times 10^{-3}} v_A=0/1\sqrt{2}\,\frac{km}{s}$$

۵۱ **۲** با توجه به رابطهٔ ظرفیت خازن داریم:

$$C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1}=\frac{\kappa_2}{\kappa_1}\times\frac{d_1}{d_2}=\frac{2\kappa_1}{\kappa_1}\times\frac{d_1}{d_1+\frac{1}{2}d_1}$$

$$\Rightarrow \frac{C_2}{C_1}=2\times\frac{2}{3}=\frac{4}{3}$$

خازن به باتری متصل است، در نتیجه اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازن، ثابت است، بنابراین:

$$C=\frac{Q}{V} \xrightarrow{\text{ثابت: } V} \frac{Q_2}{Q_1}=\frac{C_2}{C_1}=\frac{4}{3}$$

بنابراین درصد تغییرات بار ذخیره‌شده در خازن برابر است با:

$$\frac{\Delta Q}{Q_1}\times 100=\frac{Q_2-Q_1}{Q_1}\times 100=\frac{\frac{4}{3}Q_1-Q_1}{Q_1}\times 100=\%33$$

پس بار ذخیره‌شده در خازن تقریباً ۳۳ درصد افزایش می‌یابد.

۵۲ **۱** **روش اول:** ظرفیت خازن در حالت اول برابر است با:

$$C_1=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d_1}=\frac{1\times 8/85\times 10^{-12}\times 4\times 10^{-4}}{10\times 10^{-3}}=35/4\times 10^{-14}\,F$$

ظرفیت خازن در حالت ثانویه برابر است با:

$$C_2=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d_2}=\frac{1\times 8/85\times 10^{-12}\times 4\times 10^{-4}}{1\times 10^{-3}}$$

$$\Rightarrow C_2=354\times 10^{-14}\,F$$

بنابراین:

$$\Delta C=C_2-C_1=(354\times 10^{-14})-(35/4\times 10^{-14})$$

$$\Rightarrow \Delta C=318/6\times 10^{-14}=3/186\times 10^{-12}\,F=3/186\,pF$$

روش دوم:

$$\frac{C_2}{C_1}=\frac{d_1}{d_2}=\frac{10}{(10-9)}$$

$$\Rightarrow \frac{C_2}{C_1}=10 \Rightarrow C_2=10C_1$$

$$\Delta C=C_2-C_1=9C_1 \Rightarrow \Delta C=9C_1=9(\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d_1})$$

$$\Rightarrow \Delta C=9\times(\frac{1\times 8/85\times 10^{-12}\times 4\times 10^{-4}}{10\times 10^{-3}})$$

$$\Rightarrow \Delta C=318/6\times 10^{-14}=3/186\times 10^{-12}\,F=3/186\,pF$$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۵۳ **۱** با توجه به رابطهٔ انرژی ذخیره‌شده در خازن داریم:

$$U=\frac{Q^2}{2C}\Rightarrow \Delta U=\frac{Q_2^2}{2C}-\frac{Q_1^2}{2C}\Rightarrow -20=\frac{(Q_1-4)^2}{2\times 10}-\frac{Q_1^2}{2\times 10}$$

$$\Rightarrow -20\times 20=(Q_1-4)^2-Q_1^2\Rightarrow -400=Q_1^2+16-8Q_1-Q_1^2$$

$$\Rightarrow -8Q_1=-416\Rightarrow Q_1=52\mu C$$

با توجه به رابطهٔ ظرفیت خازن داریم: $C=\frac{Q}{V}\Rightarrow V=\frac{Q_1}{C}=\frac{52}{10}=5/2V$

۵۴ **۲** چگالی سطحی بار کرهٔ A قبل از تماس برابر است با:

$$\sigma_1=\frac{q_A}{A}=\frac{20}{4\pi r^2}=\frac{20}{4\times 3\times 4\times 10^{-4}}\Rightarrow \sigma_1=\frac{5}{12}\times 10^4\ \frac{\mu C}{m^2}$$

بار کره‌ها بعد از تماس برابر است با: $q'_A=q'_B=\frac{q_A+q_B}{2}=6\mu C$

چگالی سطحی بار کرهٔ A بعد از تماس برابر است با:

$$\sigma_2=\frac{q'_A}{A}=\frac{6}{4\times 3\times 4\times 10^{-4}}=\frac{1}{8}\times 10^4\ \frac{\mu C}{m^2}$$

تغییرات چگالی سطحی بار کرهٔ A برابر است با:

$$\Delta\sigma=\sigma_2-\sigma_1=(\frac{1}{8}\times 10^4)-(\frac{5}{12}\times 10^4)\Rightarrow \Delta\sigma=10^4\times(\frac{1}{8}-\frac{5}{12})$$

$$\Rightarrow \Delta\sigma=10^4\times(\frac{3-10}{24})=-\frac{7}{24}\times 10^4\simeq -3000\ \frac{\mu C}{m^2}$$

۵۵ **۳** شعاع و بار کره در حالت ثانویه برابر است با:

$$r_2=r_1-\%20 r_1=\frac{4}{5}r_1$$

$$Q_2=Q_1-\%50 Q_1=\frac{1}{2}Q_1$$

با توجه به رابطهٔ چگالی سطحی بار داریم:

$$\sigma=\frac{Q}{A}=\frac{Q}{4\pi r^2}\Rightarrow \frac{\sigma_2}{\sigma_1}=\frac{Q_2}{Q_1}\times(\frac{r_1}{r_2})^2$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_2}{\sigma_1}=\frac{\frac{1}{2}Q_1}{Q_1}\times(\frac{r_1}{\frac{4}{5}r_1})^2=\frac{1}{2}\times\frac{25}{16}\Rightarrow \frac{\sigma_2}{\sigma_1}=\frac{25}{32}$$

درصد تغییرات چگالی سطحی بار کره برابر است با:

$$\Delta\sigma=\sigma_2-\sigma_1=\frac{25}{32}\sigma_1-\sigma_1=-\frac{7}{32}\sigma_1$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta\sigma}{\sigma_1}\times 100=-\frac{7}{32}\times 100=(-7)\times\frac{100}{32}=(-7)\times 3/125=\%-21/875$$

بنابراین **چگالی سطحی بار الکتریکی کره ۲۱/۸۷۵ درصد کاهش می‌یابد.**

شیمی

۵۶ **۲** **بررسی عبارت‌های نادرست:**

آ) آرایش الکترونی یون $_{29}Cu^{2+}$ به صورت $[Ar]3d^9$ است.

ت) فلزها، مواد معدنی و سوخت‌های فسیلی، هر سه جزو منابع تجدیدناپذیرند.

۵۷ **۴** **بررسی گزینه‌ها:**

۱) پتاسیم (K) از عنصرهای اصلی سازندهٔ کودهای شیمیایی است.

۲) تنها عنصر مایع دورهٔ چهارم جدول $(_{35}Br)$ در آخرین زیرلایهٔ اتم خود $(4p^5)$ دارای ۵ الکترون است.

۳) تفاوت عدد اتمی فعال‌ترین نافلز جدول دوره‌ای $(_9F)$ و آخرین عنصر واسطهٔ دورهٔ پنجم $(_{48}Cd)$ برابر با عدد اتمی نخستین عنصر واسطهٔ دورهٔ پنجم $(_{39}Y)$ است.

۴) کاتیون‌های فلزهای دستهٔ p مانند $_{50}Sn$ و $_{82}Pb$ به آرایش گاز نجیب نمی‌رسند.

۵۸ **۲** از آن‌جا که در هر سمت هر کدام از واکنش‌های داده‌شده، فقط در یک ماده، گوگرد وجود دارد، می‌توان تناسب زیر را نتیجه گرفت:

$$S\sim H_2SO_4$$

$$\frac{\text{گرم گوگرد}\times\frac{P}{100}\times\frac{R_1}{100}\times\frac{R_2}{100}\times\frac{R_3}{100}}{\text{جرم مولی گوگرد}\times\text{ضریب}}$$

$$=\frac{\text{غلظت مولی}\times\text{حجم سولفوریک اسید(L)}}{\text{ضریب سولفوریک اسید}}$$

$$\Rightarrow\frac{x\,gS\times(\frac{80}{100})\times(\frac{80}{100})\times(\frac{75}{100}\times\frac{80}{100})\times(\frac{75}{100}\times\frac{75}{100}\times\frac{80}{100})}{1\times 32}$$

$$=\frac{2L\times 6M\ H_2SO_4}{1}\Rightarrow x=2222g\ S$$

۵۹ **۴** عنصر مورد نظر کربن (گرافیت) است و در هیدروکربن‌هایی مانند C_2H_2 و C_6H_6، شمار اتم‌های آن کم‌تر از شمار اتم‌های هیدروژن نیست.

۶۰ **۲** از ۱۱۸ عنصر جدول دوره‌ای، عنصرهای دستهٔ s شامل ۱۴ عنصر و عنصرهای دستهٔ p شامل ۳۶ عنصر، جزو عنصرهای اصلی هستند.

$$\text{درصد عنصرهای اصلی}=\frac{(36+14)}{118}\times 100=\%42/37$$

۶۱ **۳** اگر میزان بخارهای بنزین وارد شده به شش‌ها زیاد باشد، ممکن است سبب مرگ فرد شود. زیرا اگر بخارهای بنزین وارد شش‌ها شود از انتقال گازهای تنفسی در شش‌ها جلوگیری می‌کند و نفس کشیدن دشوار می‌شود.

۶۲ **۴** • جرم هپتان (C_7H_{16}) و ۳ـ اتیل اوکتان $(C_{10}H_{22})$ در مخلوط (برحسب گرم) را به ترتیب با a و b نشان می‌دهیم:

$$a+b=91$$

forum.konkur.in

www.konkur.in

• از سوختن کامل هر مول هپتان و هر مول ۳ـ اتیل اوکتان به ترتیب ۸ و ۱۱ مول H_2O تولید می‌شود.

$$([\frac{a}{100}\times 8] + [\frac{b}{142}\times 11])\times 18 = 127/8$$

↓ جرم مولی هپتان ↓ جرم مولی ۳- اتیل اوکتان

$$\Rightarrow \frac{2a}{25}+\frac{11b}{142}=7/1 \Rightarrow \frac{284a+275b}{3550}=7/1$$

$$\Rightarrow 284a+275b=25205 \Rightarrow 284a+275(91-a)=25205$$

$$\Rightarrow 9a=25205-25025 \Rightarrow 9a=180 \Rightarrow a=20g\ C_7H_{16}$$

$$\%C_7H_{16}=\frac{20g}{91g}\times 100\simeq \%22$$

۶۳ **۳** به‌جز عبارت آخر، سایر عبارت‌ها درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

• A همان Fe_2O_3 بوده و به عنوان رنگ قرمز در نقاشی به کار می‌رود.

• اگر در واکنش (I) به جای Ti از Al استفاده شود با واکنش ترمیت سروکار داریم که به طور طبیعی انجام می‌شود.

• از واکنش‌های (I) و (II) می‌توان نتیجه گرفت که واکنش‌پذیری Mg بیشتر از Fe بوده بنابراین در واکنش $Mg+Fe_2O_3\rightarrow MgO+Fe$، فراورده‌ها پایدارتر از واکنش‌دهنده‌ها هستند.

• $\begin{cases} TiCl_4+2Mg\rightarrow Ti+2MgCl_2 & :1+2+1+2=6 \\ TiCl_4+4K\rightarrow Ti+4KCl & :1+4+1+4=10 \end{cases}$

۶۴ **۴** سوخت سبز همان اتانول (C_2H_5OH) است.

$$C_6H_{12}O_6\rightarrow 2C_2H_5OH+2CO_2$$

$$\frac{6250kg\ C_6H_{12}O_6\times\frac{72}{100}\times\frac{R}{100}}{1\times 180}=\frac{920kg\ C_2H_5OH}{2\times 46}$$

$$\Rightarrow \%R=\%40$$

۶۵ **۱**

$$Fe_2O_3(s)+3CO(g)\rightarrow 2Fe(s)+3CO_2(g)$$

با تبدیل Fe_2O_3 به Fe، اتم‌های اکسیژن از آهن (III) اکسید خارج شده و جرم نمونهٔ اولیه کاهش می‌یابد. به‌ازای مصرف یک مول آهن (III) اکسید ($160g\ Fe_2O_3$)، ۳ مول اتم اکسیژن معادل ۴۸g از آن خارج شده و جرم نمونه به ۱۱۲g می‌رسد.

$$(40-32/8)g\ \text{کاهش جرم}\times\frac{160g\ Fe_2O_3}{48g\ \text{کاهش جرم}}=24g$$

$$\text{درصد خلوص } Fe_2O_3=\frac{24g}{40g}\times 100=\%60$$

۶۶ **۱** آلکان‌ها به دلیل ناقطبی بودن در آب نامحلول‌اند. این ویژگی سبب می‌شود تا بتوان از آن‌ها برای حفاظت از فلزها استفاده کرد. به طوری که قراردادن فلزها در آلکان‌های مایع یا اندود کردن سطح فلزها و وسایل فلزی با آن‌ها، مانع از رسیدن آب به سطح فلز می‌شود و از خوردگی فلز جلوگیری می‌کند.

۶۷ **۱** هر چهار عبارت پیشنهادشده در ارتباط با عنصرهای دورهٔ سوم جدول درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

• دورهٔ سوم شامل ۸ عنصر بوده و عدد اتمی ۶ عنصر آن (از $_{13}Al$ تا $_{18}Ar$) برابر با شماره گروه آن‌ها است.

• ۶ عنصر نخست این دوره در دما و فشار اتاق به حالت جامدند.

• ۴ عنصر نخست این دوره جریان برق و گرما را از خود عبور می‌دهند.

• از ۶ عنصر جامد این دوره، سه عنصر Si ، P و S در اثر ضربه خرد می‌شوند.

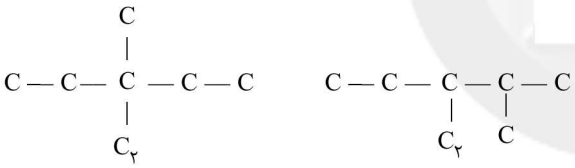
۶۸ **۱** فرمول مولکولی هیدروکربن داده‌شده به صورت $C_{20}H_{24}$ بوده و تفاوت شمار اتم‌های هیدروژن و کربن مولکول آن برابر با ۴ است.

۶۹ **۴** **بررسی عبارت‌های نادرست:**

آ) حدود نیمی از نفتی که از چاه‌های نفت بیرون کشیده می‌شود، به عنوان سوخت در **وسایل نقلیه شامل خودروها، کشتی‌ها، هواپیماها و ...** مصرف می‌شود.

ب) روزانه بیش از ۸۰ میلیون **بشکه** نفت خام در دنیا به شکل‌های گوناگون مصرف می‌شود.

۷۰ **۳** برای آلکانی با فرمول C_8H_{18}، تنها دو ساختار شاخه‌دار می‌توان در نظر گرفت که دارای هر دو شاخه متیل و اتیل باشد:



۷۱ **۲** فقط واکنش d از نظر انجام شدن، فرمول و حالت فیزیکی مواد درست نوشته شده است.

بررسی واکنش‌های نادرست:

a) آهن (III) هیدروکسید در آب نامحلول است.

b) فرمول نیترات فلز روی به صورت $Zn(NO_3)_2$ است.

c) کربن با سدیم اکسید واکنش نمی‌دهد، زیرا واکنش‌پذیری آن کم‌تر از سدیم است.

۷۲ **۳** **بررسی عبارت‌ها:**

آ) دومین عنصر گروه ۱۵ جدول، $_{15}P$ بوده که همانند دومین فلز گروه اول $(_{11}Na)$ متعلق به دورهٔ سوم جدول است. در یک دوره از جدول از چپ به راست، شعاع اتمی کاهش می‌یابد.

ب) $_9F$ همان هالوژن دورهٔ دوم است که در دمای $-200^\circ C$ به سرعت با H_2 واکنش می‌دهد.

پ) $_{21}Sc$ همانند $_{30}Zn$ تنها یک کاتیون تک‌اتمی تشکیل می‌دهد.

ت) $_{32}Ge$ برخلاف $_{50}Sn$ در اثر ضربه خرد می‌شود.

forum.konkur.in

www.konkur.in

۷۳ ۲ در هر کدام از گزینه‌ها، تفاوت شمار اتم‌های کربن آلکان‌ها برابر با ۲ اتم است.

با توجه به این‌که با افزایش شمار اتم‌های کربن، نقطهٔ جوش آلکان‌ها افزایش می‌یابد، اما تفاوت نقطهٔ جوش آلکان‌های متوالی کم می‌شود، باید گزینه‌ای را انتخاب کنیم که میانگین شمار اتم‌های کربن آن بیشتر است.

میانگین شمار اتم‌های کربن در گزینه‌های اول تا چهارم به ترتیب ۸، ۹، ۲ و ۳ اتم است.

۷۴ ۲ عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- هر بشکه نفت خام هم‌ارز با ۱۵۹ لیتر است.
- هیدروکربن‌های مختلف، ساختارهای متفاوتی دارند و به همین علت، رفتار آن‌ها نیز متفاوت است.

۷۵ ۳ با توجه به جرم مولی اتم‌های کربن و هیدروژن و فرمول مولکولی آلکان‌ها (C_nH_{2n+2})، جرم مولی آلکان‌ها (برحسب $g.mol^{-1}$) برابر با $14n+2$ است. با مساوی قرار دادن هر کدام از اعداد ۴۴، ۱۰۰ و ۱۹۸ با $14n+2$، برای n یک عدد صحیح به دست می‌آید. در صورتی که برای ۱۳۲، این‌گونه نیست.

۷۶ ۱ هر چهار مورد نادرست نام‌گذاری شده‌اند.

نام درست ترکیب‌های مورد نظر به ترتیب به صورت زیر است:

- ۳ـ متیل هپتان
- ۳ـ اتیل ـ ۲ـ متیل پنتان
- ۲، ۳، ۴ـ تری متیل اوکتان
- ۲، ۶ـ دی متیل اوکتان

۷۷ ۴ هر چهار عبارت پیشنهادشده در ارتباط با مس درست هستند.

در مورد عبارت آخر باید گفت که $_{29}Cu$ جزو فلزهای واسطه (دستهٔ d) بوده و آرایش الکترونی اتم آن به صورت زیر است:

$$_{29}Cu:[Ar]3d^{10}4s^{1}$$

۷۸ ۳ با افزایش شمار اتم‌های کربن در آلکان‌ها، تنها فراریت آن‌ها کاهش می‌یابد.

۷۹ ۱ معادلهٔ واکنش سوختن کامل آلکانی با فرمول C_nH_{2n+2} به صورت زیر است:

$$C_nH_{2n+2}+(\frac{3n+1}{2})O_2 \rightarrow nCO_2+(n+1)H_2O$$

مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$\frac{3n+1}{2}=a \Rightarrow n=\frac{2a-1}{3}$$

مجموع شمار مول‌های فراورده‌ها: $n+n+1=2n+1=2(\frac{2a-1}{3})+1$

$$=\frac{4a+1}{3}$$

۸۰ ۳ هر مولکول از آلکانی با فرمول C_nH_{2n+2} دارای $3n+1$ جفت الکترون پیوندی است.

$$3n+1=28 \Rightarrow n=9$$

مجموع شمار اتم‌ها: $n+2n+2=3n+2=29$

forum.konkur.in